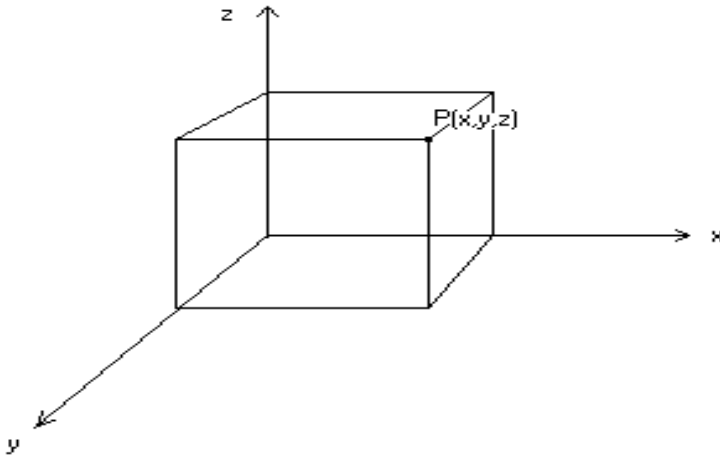


Relatività galileiana

Metodo scientifico.

Galileo stabilì i criteri che stanno alla base del cosiddetto "metodo scientifico" : per descrivere i fenomeni naturali occorre effettuare misure di spazio e di tempo.



Sistema di riferimento

Sistemi di riferimento inerziali.

Fra tutti i possibili sistemi di riferimento ne esistono alcuni (in numero infinito) rispetto ai quali le leggi della fisica sono le più semplici possibili : essi sono i sistemi di riferimento inerziali.

Principio d'inerzia.

In un sistema di riferimento inerziale, un corpo in quiete o in moto rettilineo uniforme permane indefinitamente in tale stato finché non intervengano cause esterne (forze) che modificano il moto.

Moto relativo fra sistemi di riferimento inerziali.

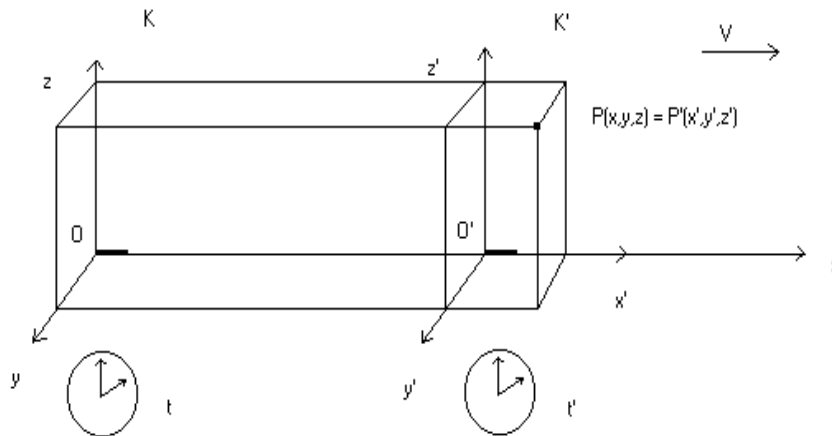
Un sistema di riferimento inerziale è in moto rettilineo uniforme rispetto ad ogni altro sistema di riferimento inerziale.

Principio di relatività galileiana

Le leggi della meccanica devono essere le stesse in ogni sistema di riferimento inerziale, ovvero, tutti i sistemi di riferimento inerziali sono fisicamente equivalenti. Ciò implica che non è possibile all'interno di un sistema di riferimento inerziale effettuare alcun esperimento che ne riveli il moto.

Trasformate di Galileo.

Consideriamo due sistemi di riferimento inerziali (K e K') di cui K' si muove con velocità costante V rispetto a K (moto relativo di traslazione). Ciascun sistema possiede un regolo per misurare le lunghezze ed un orologio per misurare il tempo solidali con esso. Supponiamo che gli assi coordinati siano paralleli fra loro e che gli assi x e x' coincidano.



Supponiamo che i due regoli ed i due orologi siano identici ed che i due orologi misurino il tempo senza errori.

Supponiamo che ad un certo istante $O = O'$ e gli orologi vengano sincronizzati ed azzerati ($t = t' = 0$). Sia $P(x,y,z)$ nel sistema K e $P(x',y',z')$ nel sistema K'.

Assumiamo che $t=t'$ (tempo assoluto, indipendente dal sistema di riferimento), come l'esperienza c'insegna. Le relazioni tra le coordinate sono

$$\begin{cases} x = x' + Vt \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases}$$

Legge di composizione delle velocità

$$\begin{cases} \dot{x} = \dot{x}' + V \\ \dot{y} = \dot{y}' \\ \dot{z} = \dot{z}' \end{cases}$$

Accelerazioni.

$$\begin{cases} \ddot{x} = \ddot{x}' \\ \ddot{y} = \ddot{y}' \\ \ddot{z} = \ddot{z}' \end{cases}$$

Le accelerazioni sono assolute.

F = m a

L'uguaglianza tra le accelerazioni implica che le leggi della meccanica sono identiche in tutti i sistemi di riferimento inerziali.

Campo elettromagnetico.

$$\begin{aligned} I \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} & \int_S \vec{E} \cdot \vec{n} dS &= \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV \\ II \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{C} &= -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS \\ III \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 & \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS &= 0 \end{aligned}$$

$$IV \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{C} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \int_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \vec{n} dS$$

Conseguenze

I fenomeni elettrici e quelli magnetici sono manifestazioni apparentemente diverse di una unica forza: la forza elettromagnetica che si distribuisce nello spazio come un campo elettromagnetico.

Un campo elettromagnetico si propaga nello spazio con velocità finita, $c = 300.000$ km/sec. Se nel punto A una carica elettrica subisce una accelerazione, "l'informazione" di quella modificazione viene percepita nel punto B (distante s da A) dopo un tempo finito, $t = s/c$. Questo avviene perchè un'onda elettromagnetica parte da A ed arriva in B nel tempo $t = s/c$.

Il campo elettromagnetico si propaga attraverso onde di diversa frequenza (o lunghezza d'onda (frequenza * lunghezza d'onda = c)).

Lo spettro elettromagnetico (in ordine crescente di frequenza od in ordine decrescente di lunghezza d'onda) è composto da : onde radio lunghe, medie, corte, ultracorte raggi infrarossi, luce (dal rosso al violetto), raggi ultravioletti, raggi X, raggi gamma.

Etere

Le onde elettromagnetiche si propagano con velocità c . Ma rispetto a quale sistema di riferimento?

Pensando che un'onda elettromagnetica per propagarsi avesse bisogno di un mezzo (così come le onde acustiche hanno bisogno, per esempio, dell'aria), si ipotizzò l'esistenza di una "sostanza" permeante l'universo rispetto alla quale le onde si propagassero con velocità c .

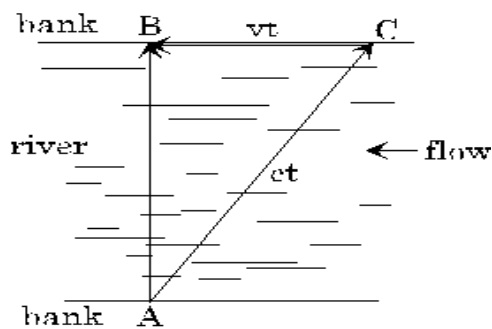
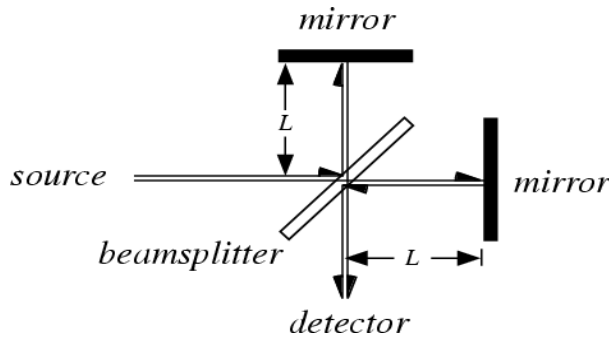
Tale sostanza fu chiamata etere e, in quiete rispetto ad esso, fu ipotizzata l'esistenza di un sistema di riferimento inerziale assoluto, privilegiato, rispetto al quale riferire ogni altro sistema di riferimento.

A causa del principio di relatività galileiana la luce dovrebbe essere vista arrivare in ogni sistema di riferimento inerziale con una velocità pari a c più (o meno) la velocità del sistema di riferimento inerziale rispetto all'etere.

ESPERIMENTO di MICHELSON-MORLEY (1881 e 1887)

L'esperimento cercava di misurare la velocità della Terra rispetto all'etere, in cui si sarebbero propagate le onde elettromagnetiche della luce.

La misura si basava sulla figura di interferenza prodotta dalle onde luminose riflesse e trasmesse lungo i due bracci dell'interferometro.



Michelson Morley Experiment
 A famous experiment which failed. (?*)
 *Nobel Prize, 1907

Rest Frame

Two equal arms of interferometer have length $L = 1 \text{ m}$.

$t = \frac{2L}{c}$ (both arms)

Moving Frame

$t' = \frac{2L}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

For moving frame $t' > t$ for any $v > 0$

For velocity of Earth around Sun $v = 3 \times 10^4 \text{ m/s}$

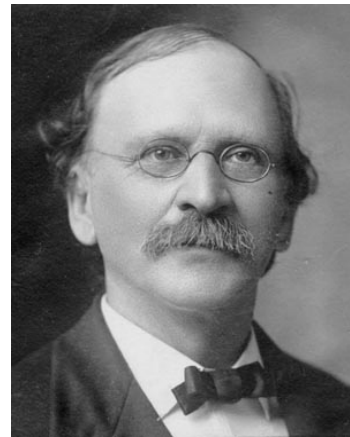
then $t' - t = 3 \times 10^{-17} \text{ s}$

For $T = 10^{-15} \text{ s}$ this is 3% of a fringe shift, and Michelson's instrument could detect that.

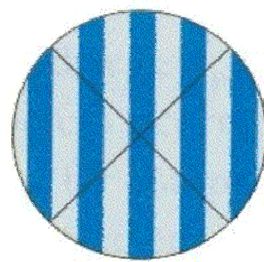
$t' = \frac{L}{c+v} + \frac{L}{c-v}$

$t' = \frac{2L}{c} \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

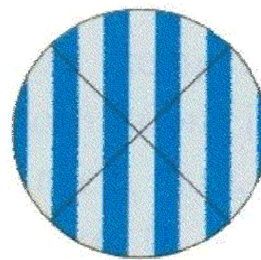
Fringe shift



Tale figura d'interferenza avrebbe dovuto essere diversa dopo aver ruotato l'apparato di 90 gradi, a causa della differente velocità, della luce lungo il braccio parallelo al moto della Terra [$c \pm v$] e lungo il braccio ad esso ortogonale [$\sqrt{c^2 - v^2}$]. La precisione della misura, che questo metodo consentiva era abbastanza alta. Ma l'esperimento dava figure d'interferenza sempre uguali, indipendentemente dall'orientamento dell'apparato. La Terra sembrava ferma rispetto all'etere.



Prima della rotazione



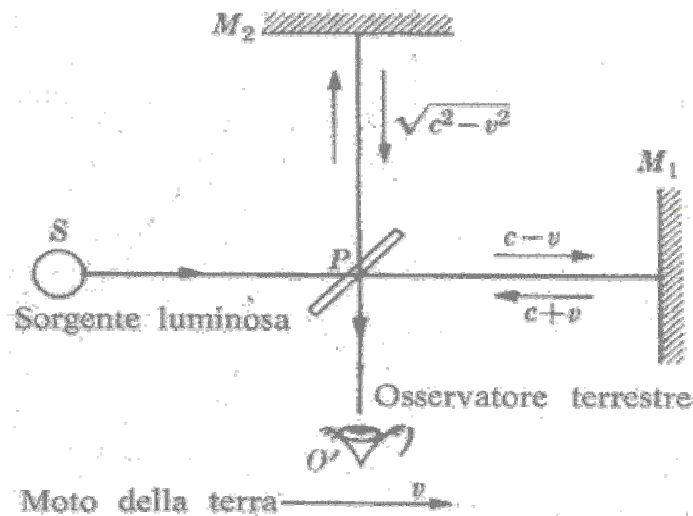
Dopo la rotazione

Se però ruoto l'interferometro di 90°, anziché al raggio orizzontale la velocità orbitale della Terra si sommerà al raggio verticale, e dunque la differenza di cammino ottico fra i due raggi varierà; si dovrà quindi avere uno spostamento nelle frange di interferenza. Se L è la lunghezza del braccio dell'interferometro e v è la presunta velocità della Terra rispetto all'etere, la differenza tra i cammini ottici dovrebbe essere dato da:

$$\Delta x = 2L \frac{v^2}{c^2}$$

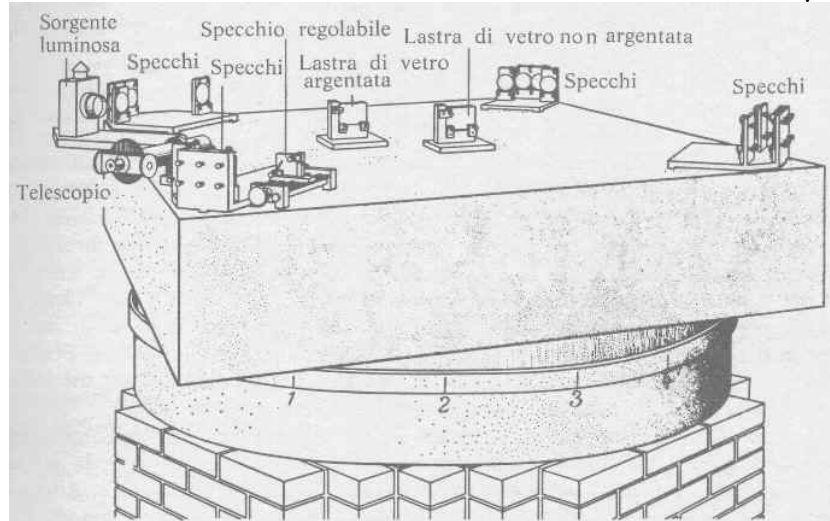
Lo spostamento così ottenuto dovrebbe equivalere a circa mezza lunghezza d'onda della luce gialla e quindi dovrebbe essere tale da portare le frange scure sulle frange chiare e viceversa. Nel primo esperimento (1881), Michelson non notò nulla pensando che la differenza di cammino ottico si confondesse con gli errori sperimentali essendo l'apparato piuttosto piccolo. Nel 1887 egli ritentò, assieme a Morley, usando un'apparecchiatura molto più grande, tale che il percorso totale dei raggi di luce misurasse almeno 11 metri, ma ancora non si notò alcun spostamento delle frange d'interferenza.

Analisi dell'esperimento di Michelson-Morley.



S è una sorgente di luce monocromatica, ed M_1 ed M_2 sono due specchi posti alla medesima distanza l , misurata da un osservatore terrestre, dalla lastra di vetro P . La luce proveniente da S , quando raggiunge P , viene trasmessa parzialmente verso M_1 , e riflessa parzialmente verso M_2 . I raggi riflessi in M_1 ed M_2 ripercorrono i loro cammini, e possono raggiungere l'osservatore in O' .

Dispositivo sperimentale usato effettivamente da Michelson e Morley



Sia c la velocità della luce misurata da un osservatore stazionario rispetto all'etere. Indichiamo con v la velocità (presunta) della terra rispetto all'etere, ed orientiamo l'interferometro in modo tale che la linea PM_1 sia parallela al moto della terra.

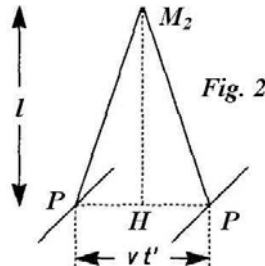
Calcolo di $t_{P'}$, tempo misurato in direzione parallela al moto della Terra rispetto all'etere.

Se usiamo le trasformazioni galileiane troviamo che, rispetto alla terra, la velocità della luce nel passare da P a M_1 è $c - v$, nel passare da M_1 a P è $c + v$. Pertanto, il tempo necessario perché la luce vada da P a M_1 e ritorni in P , misurato da un osservatore terrestre O' , è:

$$t_{P'} = \frac{l'}{c-v} + \frac{l'}{c+v} = \frac{2l'c}{c^2 - v^2} = \frac{2\frac{l'}{c}}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Calcolo di t_H , tempo misurato in direzione ortogonale al moto della Terra rispetto all'etere.

Se la Terra è in movimento, il cammino effettivo nell'etere - supposto immobile - del raggio di luce è quello che appare in figura. Lo specchio è rappresentato all'istante 0 e all'istante t' .



Sia Δt il tempo impiegato dalla luce per percorrere il tratto PM_2 .

$$c\Delta t = PM_2 = \sqrt{PH^2 + HM_2^2} = \sqrt{(v\Delta t)^2 + l^2}$$

da cui
$$\Delta t = \frac{l}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

$$t_H' = \frac{2l'}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2\frac{l'}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

e quindi il tempo complessivo per ritornare in P è:

Osserviamo che $t_{P'}$ e t_H' sono differenti, cioè i raggi che raggiungono l'osservatore O' hanno una certa differenza di cammino e dovrebbero dar luogo a delle frange di interferenza, ma Michelson non ne osservò ciò che suggeriva l'uguaglianza dei due tempi.

La teoria della relatività ristretta

L'APPROCCIO FISICO

La teoria della Relatività "ristretta" (1905) nasce per un'esigenza che potremmo chiamare "SPERIMENTALE"

Bisognava dare una spiegazione coerente e soddisfacente del risultato del celebre esperimento di Michelson-Morley.

La metodologia della Relatività ristretta

L'OPERAZIONISMO

La "filosofia-metodologia" che guida la Relatività ristretta è considerata alla base di quello che fu chiamato "l'operazionismo" da Bridgman (1882-1961): nella fisica devono entrare in gioco solo quelle grandezze che si possono definire in base al metodo con il quale possono essere osservate o misurate sperimentalmente. Il "fatto" osservato che la velocità della luce nel vuoto non si compone con nessun'altra velocità (né quella della sorgente che la emette né quella dell'osservatore che la riceve, rispetto ad un ipotetico "etere" nel quale la luce viaggierebbe) diviene, in Relatività, uno dei due pilastri su cui si fonda la teoria intera:

Il principio di "costanza della velocità della luce nel vuoto"

IL PRINCIPIO DI RELATIVITÀ

L'altro principio guida sarà il Principio di Relatività già formulato da Galileo per la Meccanica e che Einstein estenderà, oltre che alla Meccanica anche ai Fenomeni Elettromagnetici e, più in generale, a tutte le leggi fisiche.

A partire da questi due principi Einstein deduce:

le leggi di trasformazione cinematica (TRASFORMAZIONI DI LORENTZ) già ottenute da Voigt, Lorentz e Fitzgerald ma non comprese nella loro reale portata e soprattutto non adeguatamente spiegate dal punto di vista concettuale e si sbarazzerà del residuo meccanicista con cui si ipotizzava l'etere come una sorta di mezzo elastico, che riempiva lo "spazio assoluto" di Newton, attraverso il quale si sarebbe propagata la luce.

Conseguenze della Relatività ristretta

Lo spazio e il tempo vengono misurati in maniera diversa a seconda della velocità con cui si muovono i regoli e gli orologi, subendo una contrazione delle lunghezze e una dilatazione del tempo.

La relatività della simultaneità di due eventi che avvengono in due punti diversi dello spazio.

Di conseguenza anche le velocità, se prossime a quella della luce, non si sommano e sottraggono nel modo galileiano-newtoniano, ma in modo tale che la velocità della luce nel vuoto non possa mai essere superata (Composizione relativistica delle velocità).

DAL PUNTO DI VISTA DELLA DINAMICA

Le conseguenze sono ancora più sorprendenti con la comparsa della equivalenza tra massa ed energia contenuta nella formula più famosa della Relatività: $E=mc^2$ secondo la quale la massa di una certa quantità di materia può essere, in opportune condizioni, trasformata in energia (e viceversa).

Trasformazioni di Lorentz

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Si ottengono da una generalizzazione delle trasformazioni galileiane

$$x' = \gamma (x - vt)$$

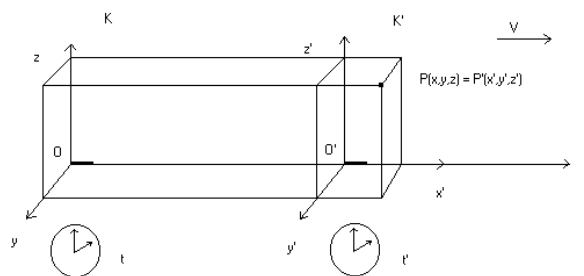
richiedendo la validità, del principio di relatività

$$x' = \gamma (x - vt) \Rightarrow x = \gamma (x' + vt')$$

richiedendo la validità del principio di costanza della velocità della luce

$$x' = ct' \Rightarrow x = ct$$

Consideriamo due sistemi di riferimento inerziali (K e K') di cui K' si muove di velocità costante V rispetto a K, gli stessi utilizzati nella RG :



Dovendo essere $c =$ costante, le leggi di trasformazione di spazio e tempo non potranno più seguire le regole dettate dall'esperienza quotidiana. Dobbiamo abbandonare i concetti di spazio e tempo come di entità assolute, separate. Dobbiamo addirittura modificare il concetto stesso di simultaneità.

Le trasformazioni che soddisfano le condizioni suddette furono trovate da Poincarè e da Lorentz.

$$\begin{cases} x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \frac{t' + \frac{V}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \end{cases}$$

Se $V = c$, i denominatori si annullano. Ciò significa che la velocità della luce non è fisicamente raggiungibile da nessun sistema di riferimento inerziale rispetto ad un altro. Nessun corpo può raggiungere la velocità della luce che rappresenta quindi un limite naturale invalicabile.

Basandoci sull'ipotesi che lo spazio ed il tempo siano omogenei (tutti i punti nello spazio e nel tempo sono equivalenti) ci aspettiamo che le equazioni di trasformazione cercate siano lineari, cioè equazioni di primo grado

$$\begin{cases} x' = a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + a_{14}t \\ y' = a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + a_{24}t \\ z' = a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z + a_{34}t \\ t' = a_{41}x + a_{42}y + a_{43}z + a_{44}t \end{cases}$$

Vediamo ora come determinare i sedici coefficienti a_{ij} .

Se assumiamo che x e x' coincidono, se $y=0$ e $z=0$ anche $y'=0$ e $z'=0$. Ciò significa che

$$\begin{cases} a_{21}x + a_{24}t = 0 \\ a_{31}x + a_{34}t = 0 \end{cases}$$

queste relazioni devono essere verificate per ogni x e t , per cui i quattro coefficienti devono essere nulli.

Quindi dev'essere

$$\begin{cases} y' = a_{12}y + a_{13}z \\ z' = a_{32}y + a_{33}z \end{cases}$$

Applichiamo lo stesso ragionamento ai piani x - y (caratterizzato da $z=0$) e x - z (caratterizzato da $y=0$) che risultano essere *sempre* coincidenti rispettivamente ai piani x' - y' ($z'=0$) e x' - z' ($y'=0$)

$$\begin{cases} a_{13}z = 0 \\ a_{32}y = 0 \end{cases}$$

a_{23} e a_{32} devono essere *sempre* uguali a zero.

Quindi

$$\begin{cases} y' = a_{22}y \\ z' = a_{33}z \end{cases}$$

Determiniamo ora tali costanti utilizzando il principio di relatività.

Posizioniamo un'asta di lunghezza unitaria, rispetto un osservatore solidale con S , lungo l'asse y . Per un osservatore posto in S' l'asta avrà lunghezza a_{22} (cioè $y' = a_{22} \cdot 1$). Se adesso ipotizziamo di posizionare la stessa asta lungo l'asse y' , l'osservatore del riferimento S misura per la sbarra una lunghezza pari a $1/a_{22}$. Per il primo postulato della relatività tali grandezze devono risultare identiche, per cui dev'essere:

$$a_{22} = \frac{1}{a_{22}} \Rightarrow a_{22} = 1$$

Con lo stesso procedimento troviamo che $a_{33} = 1$. Pertanto

$$\begin{cases} y' = y \\ z' = z \end{cases}$$

supponiamo che t' non dipenda nè da y' e nè da z' . Quindi a_{42} e a_{43} devono essere necessariamente uguali a zero.

Per quanto riguarda invece l'equazione per x' , sappiamo che un punto di coordinata $x' = 0$ per S' sembra muoversi nel verso positivo dell'asse x con velocità v , quindi l'affermazione $x' = 0$ deve essere identica a quella $x = vt$

$$x - vt = 0$$

$$x' = 0$$

Combinando le precedenti due equazioni, possiamo scrivere

$$x' = a_{11}(x - vt)$$

Le precedenti quattro equazioni sono ridotte a

$$\begin{cases} x' = a_{11}(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = a_{41}x + a_{44}t \end{cases}$$

Per determinare i coefficienti a_{11} , a_{41} , a_{44} utilizziamo il principio della costanza della velocità della luce.

Ipotizziamo che al tempo $t = t' = 0$ un'onda elettromagnetica sferica lasci le origini coincidenti dei riferimenti. Per il postulato suddetto, l'onda si propagherà con velocità c in tutte le direzioni. Tale propagazione è descritta dalle equazioni di due sfere uguali di raggio variabile ct e ct'

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$$

Se usiamo le trasformazioni precedenti nella seconda, otteniamo:

$$a_{11}^2 (x - vt)^2 + y^2 + z^2 = c^2 (a_{41}x + a_{44}t)^2$$

Sviluppando

$$(a_{11}^2 - c^2 a_{41}^2)x^2 + y^2 + z^2 - 2(va_{11}^2 + c^2 a_{41}a_{44})xt = (c^2 a_{44}^2 - v^2 a_{11}^2)t^2$$

e confrontando con la prima:

$$\begin{cases} (a_{11}^2 - c^2 a_{41}^2) = 1 \\ (va_{11}^2 + c^2 a_{41}a_{44}) = 0 \\ (c^2 a_{44}^2 - v^2 a_{11}^2) = c^2 \end{cases}$$

Risolvendo si ottiene:

$$\begin{cases} a_{11} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ a_{41} = -\frac{v}{c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ a_{44} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{cases}$$

Sostituendo nelle trasformazioni di partenza si ha:

$$\begin{cases} x' = \frac{x - v \cdot t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t - \frac{v \cdot x}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{cases}$$

Componenti della velocità

Derivando infine le funzioni $x'(x, t)$, $y'(x, t)$, $z'(x, t)$ e $t'(x, t)$ ricaviamo invece le componenti del vettore \mathbf{u} .

Per u_x risulta

$$dx' = dy \cdot (x - vt) \quad dx' = \gamma \cdot (dx - v \cdot dt) \quad (\text{con } \gamma = \frac{1}{\beta})$$

$$dt' = \gamma \cdot d\left(t - \frac{v \cdot x}{c^2}\right) \quad dt' = \gamma \cdot \left(dt - \frac{v}{c^2} \cdot dx\right)$$

Dividendo i due differenziali:

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{\gamma \cdot (dx - v \cdot dt)}{\gamma \cdot (dt - \frac{v}{c^2} \cdot dx)}$$

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v \cdot u_x}{c^2}} \quad (\text{considerando } \frac{dx'}{dt'} = u'_x \text{ e } \frac{dx}{dt} = u_x)$$

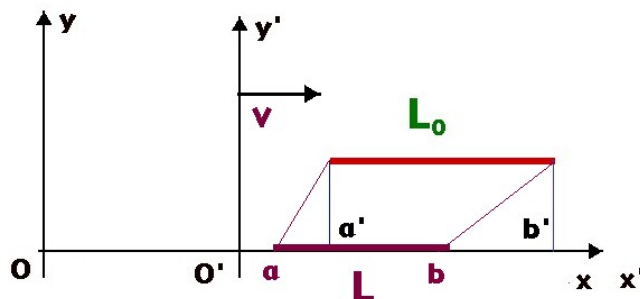
In maniera simile si possono ricavare le altre due componenti:

$$\left\{ \begin{array}{l} u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v \cdot u_x}{c^2}} \\ u'_y = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot u_y}{1 - \frac{v \cdot u_x}{c^2}} \\ u'_z = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot u_z}{1 - \frac{v \cdot u_x}{c^2}} \end{array} \right.$$

Risulta evidente che quando la velocità v è trascurabile rispetto a c il fattore relativistico tende a 1 restituendoci così le trasformazioni di Galileo.

Contraazione dei Regoli

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

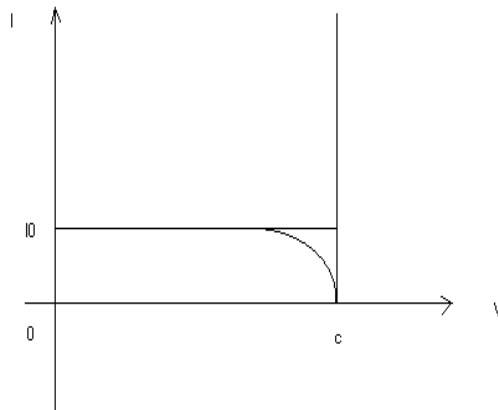


Consideriamo un regolo rigido solidale con l'osservatore O' in moto traslatorio uniforme rispetto ad O . O' vede il regolo in quiete e misura la sua lunghezza come $L_0 = b' - a'$, cioè come differenza delle ascisse dei suoi estremi. O vede il regolo in moto e misura le ascisse b ed a in uno stesso istante t . Per usare un unico istante t per entrambe le coordinate, scriviamo

$b'=\gamma(b-Vt)$, $a'=\gamma(a-Vt)$.

Sottraendo membro a membro otteniamo: $b'-a'=\gamma(b-a)$.

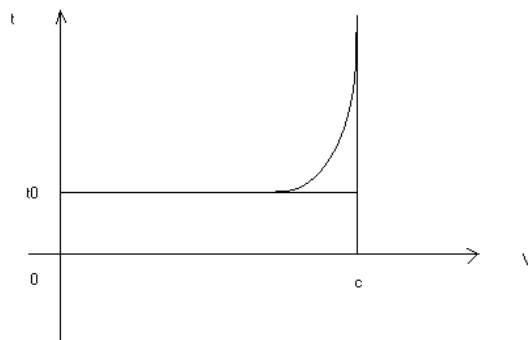
Di conseguenza la lunghezza che O misura è $L=L_0(1-\beta^2)^{1/2}$ che risulta contratta nella direzione del moto. Nessuna contrazione si ha nella direzione normale al moto. L_0 è detta lunghezza propria del regolo.



La Dilatazione del Tempo

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Le misure di intervalli temporali compiute da un osservatore appaiono dilatate rispetto a quelle compiute da un orologio in moto



Paradosso dei gemelli.

Il rallentamento degli orologi è un fenomeno relativo. Il fenomeno si può riassumere affermando che K vede l'orologio in quiete su K' rallentare mentre vede il proprio orologio segnare il tempo normalmente. Analogamente K' vede rallentare l'orologio solidale con K (e ciò nella stessa misura) e vede il proprio segnare il tempo normalmente.

Questo perchè K e K' sono assolutamente equivalenti.

Composizione delle velocità

Supponiamo che un punto si muova rispetto a K' con velocità v' e per semplicità parallela all'asse delle x . Secondo la RG il punto verrà visto da K muoversi con velocità v pari alla somma $V + v'$. Con semplici calcoli sulle trasformate di Lorentz si perviene alla formula corretta :

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}}$$

L'APPROCCIO GEOMETRICO

La Relatività ristretta subì essa stessa una sorta di riconcettualizzazione quando Hermann Minkowski (1864-1909) che era stato uno dei « maestri eccellenti » di Einstein ne diede una rappresentazione in uno spazio-tempo a quattro dimensioni (spazio di Minkowski) in cui il tempo rappresentava la quarta dimensione che veniva ad aggiungersi alle tre dimensioni dello spazio ordinario.

Si può allora definire lo spazio-tempo come una varietà geometrica a 4 dimensioni. Un evento è in esso rappresentato dalle 4 coordinate x, y, z, t prese rispetto ad un sistema di riferimento inerziale scelto a priori. Un corpo che si muove nello spazio-tempo descrive in esso una linea che è chiamata linea di universo. Due eventi diversi corrispondono a due punti diversi dello spazio-tempo 4-dimensionale. Fra di essi si può definire un concetto di distanza in modo che, se due eventi sono collegati fra loro da un raggio di luce, questa distanza sia nulla.

La metrica di questo spazio è definita dalla relazione:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

essendo ds la distanza fra i due eventi molto vicini $P_1(x_1, y_1, z_1, t_1)$ e $P_2(x_2, y_2, z_2, t_2)$ relativi ad un dato sistema di riferimento inerziale. dt rappresenta l'intervallo di tempo fra i due eventi, ovvero $t_2 - t_1$. dx, dy, dz rappresentano le differenze fra le coordinate spaziali di P_1 e P_2 .

La distanza spaziale ordinaria dl (al quadrato) fra i due eventi si ricava applicando il teorema di Pitagora ed è :

$$dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

Se i due eventi sono collegati da un raggio di luce (il raggio parte da A_1 al tempo t_1 e giunge in A_2 al tempo t_2) allora $ds^2 = 0$.

Se $ds^2 > 0$ l'intervallo si dice di tipo tempo. Se $ds^2 < 0$ l'intervallo si dice di tipo spazio.

Equivalenza massa energia.

L'energia di un corpo di massa m in moto con velocità v in un sistema di riferimento inerziale assume in MR la forma :

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

se v diventa nulla, ovvero il corpo è in quiete, l'energia diventa : $E=mc^2$
un corpo in quiete possiede una energia di riposo non nulla.
massa ed energia sono due aspetti apparentemente diversi di una medesima realtà.